

Roll No

BT-202 (CBGS)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, May 2019

Choice Based Grading System (CBGS)**Mathematics - II***Time : Three Hours**Maximum Marks : 70***Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve

हल कीजिये

$$(1+x^2)\frac{dy}{dx} + 2xy = 2\cos x$$

b) Solve

$$x^2 p^3 + y(1+x^2 y) p^2 + y^3 p = 0, \text{ where } p \equiv \frac{dy}{dx}.$$

$$\text{हल कीजिये } x^2 p^3 + y(1+x^2 y) p^2 + y^3 p = 0, \text{ जहाँ } p \equiv \frac{dy}{dx}.$$

2. a) Solve

हल कीजिये

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 3\frac{d^2 y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} - y = e^x + 2$$

- b) Solve
हल कीजिये

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} - 4y = x^2 + 2 \log x$$

3. a) Solve
हल कीजिये

$$(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = x(1-x^2)^{\frac{3}{2}}$$

- b) Solve in series the equation $(1+x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0$
about the point $x = 0$.

समीकरण $(1+x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0$ को बिंदु $x = 0$ के लिए
सीरीज के माध्यम से हल कीजिये।

4. a) Form a partial differential equation by eliminating
arbitrary function from $z = f(x^2 - y^2)$.

$z = f(x^2 - y^2)$ से स्वेच्छिक फलन का विलोपन विधि द्वारा
आंशिक अवकलन समीकरण का निर्माण कीजिये।

- b) Solve the following differential equations.

$$(x^2 - y^2 - z^2) p + 2xy q = 2xz, \text{ where } p \equiv \frac{\partial z}{\partial x}, q \equiv \frac{\partial z}{\partial y}$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण का हल निकालिये।

$$(x^2 - y^2 - z^2) p + 2xy q = 2xz, \text{ जहाँ } p \equiv \frac{\partial z}{\partial x}, q \equiv \frac{\partial z}{\partial y}$$

5. a) Solve $x^2 p^2 + y^2 q^2 = 1$, where $p \equiv \frac{\partial z}{\partial x}$, $q \equiv \frac{\partial z}{\partial y}$

हल कीजिये $x^2 p^2 + y^2 q^2 = 1$, जहाँ $p \equiv \frac{\partial z}{\partial x}$, $q \equiv \frac{\partial z}{\partial y}$

b) Solve the linear partial differential equation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = e^{3x+2y}$$

रैखिक आंशिक अवकलन समीकरण को हल कीजिये।

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = e^{3x+2y}$$

6. a) Show that the following function is harmonic and find its harmonic conjugate functions

$$u = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2)$$

सिद्ध कीजिये कि निम्नलिखित फलन हारमोनिक है और उसका हारमोनिक कंज्यूगेट फलन भी ज्ञात कीजिये।

$$u = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2)$$

b) Determine the analytic function, whose real part is

$$e^{2x} (x \cos 2y - y \sin 2y).$$

एनालेटिक फलन का निर्धारण करें जिसका रियल पार्ट

$$e^{2x} (x \cos 2y - y \sin 2y) \text{ है।}$$

7. a) Evaluate the following integral using Cauchy-Integral

formula $\int_C \frac{4-3z}{z(z-1)(z-2)} dz$, where C is the circle

$$|z| = \frac{3}{2}.$$

निम्नलिखित समाकलन को कौशी समाकलन सूत्र द्वारा ज्ञात कीजिये

$\int_C \frac{4-3z}{z(z-1)(z-2)} dz$, जहाँ C एक वृत्त $|z| = \frac{3}{2}$ है।

- b) Evaluate $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2+\cos\theta}$ for the circle $|z|=1$.

$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2+\cos\theta}$ को वृत्त $|z|=1$ के लिये ज्ञात कीजिये।

8. a) If $\vec{F} = 3xy\hat{i} - y^2\hat{j}$, evaluate $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, where C is the arc of the parabola $y = 2x^2$ from $(0, 0)$ to $(1, 2)$.

यदि $\vec{F} = 3xy\hat{i} - y^2\hat{j}$ है, तब ज्ञात कीजिये $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, जहाँ पर C,

परवलय $y = 2x^2$ का एक चाप $(0, 0)$ से $(1, 2)$ तक है।

- b) Evaluate $\iint_S \vec{A} \cdot \hat{n} ds$, where $\vec{A} = (x+y^2)\hat{i} - 2x\hat{j} + 2yz\hat{k}$

and S is the surface of plane $2x + y + 2z = 6$ in the first octant.

ज्ञात कीजिये $\iint_S \vec{A} \cdot \hat{n} ds$, जहाँ $\vec{A} = (x+y^2)\hat{i} - 2x\hat{j} + 2yz\hat{k}$

एवं S, समतल $2x + y + 2z = 6$ का प्रथम अष्टांग में पृष्ठ है।
