

Total No. of Questions : 8]

[Total No. of Printed Pages : 4

Roll No

BT-1002 (CBGS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, May 2019

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics - I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Differentiate followings.

निम्नलिखित का अवकलन कीजिये।

i) $e^{-2x} \sin 5x$

ii) $\frac{\log e^x}{x^2}$

b) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = 10x - x^2$ in the interval $[0, 10]$.

फलन $f(x) = 10x - x^2$ को अंतराल $[0, 10]$ के रोले प्रमेय के लिये सत्यापित कीजिये।

2. a) Evaluate $\int \frac{(3x^2 + 2x)}{(x^3 + x^2 + 1)} dx$

ज्ञात कीजिये $\int \frac{(3x^2 + 2x)}{(x^3 + x^2 + 1)} dx$

b) Prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$

सिद्ध कीजिये $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx = \frac{\pi}{4}$

3. a) Expand the function $f(x) = e^x$ by Maclaurin's theorem.

फलन $f(x) = e^x$ का मेक्लॉरिन प्रमेय द्वारा प्रसार कीजिये।

b) Find the maximum or minimum value of the function

$$f = xy + a^3 \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right\}$$

फलन $f = xy + a^3 \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right\}$ की उच्चतम या न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये।

4. a) If $u = ax^2 + 2hxy + by^2$, find $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ and $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$.

यदि $u = ax^2 + 2hxy + by^2$, तो $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ एवं $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$ को ज्ञात कीजिये।

b) If $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right)$, then show that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 24$$

यदि $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right)$ है तो सिद्ध कीजिये

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 24$$

5. a) Evaluate the integral $\int_a^b x dx$, from the definite integral as the limit of a sum.

समाकलन $\int_a^b x dx$ का मान डेफिनेट इंटीगल एजद लिमिट ऑफ ए सम के लिये ज्ञात कीजिये।

b) Evaluate $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n} \right\}$

ज्ञात कीजिये $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n} \right\}$

6. a) Prove that $\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\pi}$

सिद्ध कीजिये $\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\pi}$

b) Prove that $\beta(m, n) = \beta(m+1, n) + \beta(m, n+1)$, $m, n > 0$

सिद्ध कीजिये $\beta(m, n) = \beta(m+1, n) + \beta(m, n+1)$, $m, n > 0$

7. a) Evaluate $\int_1^2 \int_1^x \frac{dx dy}{xy}$.

ज्ञात कीजिये $\int_1^2 \int_1^x \frac{dx dy}{xy}$

b) Evaluate $\iint_R y dx dy$, where R is the region bounded by the parabola $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$.

ज्ञात कीजिये $\iint_R y dx dy$, जहाँ पर R, पैराबोलास $y^2 = 4ax$ एवं $x^2 = 4ay$ से घिरा हुआ क्षेत्र है।

8. a) Find the radius of curvature for the function $y^2 = 4ax$ at the point (1, 1).

फलन $y^2 = 4ax$ की बिंदु (1, 1) पर कर्वेचर की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

b) If $x^x + y^y = a^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

यदि $x^x + y^y = a^x$ तब $\frac{dy}{dx}$ को ज्ञात कीजिये।
